

ESTIMACIÓN DEL JACOBIANO DE LA IMAGEN EMPLEANDO CÁMARAS DÉBILMENTE CALIBRADAS.

L. Pari¹, C. González¹, J.M. Sebastián¹, L. Angel² y V. Mut³

¹*Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial (DISAM)
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid
C/ José Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid, España.*

²*Facultad de Ingeniería Electrónica, Universidad Pontificia Bolivariana
Km. 7 Vía de Piedecuesta, Bucaramanga, Colombia.*

³*Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan
Av. San Martín Oeste 1109, 5400 San Juan, Argentina.*

lpari@etsii.upm.es, cgpascual@etsii.upm.es, langel@etsii.upm.es, jsebas@etsii.upm.es,
ymut@inaut.unsj.edu.ar

Resumen: El presente artículo describe varios novedosos algoritmos para la estimación on-line del Jacobiano de la imagen. Se ha aplicado exitosamente para tareas de seguimiento de un sistema articular no calibrado y con tres grados de libertad, empleando dos cámaras fijas en el espacio y débilmente calibradas. Los algoritmos propuestos se han mostrado especialmente robustos cuando las características de la imagen se calculan con un nivel de ruido medio, y los resultados obtenidos superan claramente a los hallados con los algoritmos existentes en la literatura especializada.

Palabras clave: Jacobiano de la Imagen, control visual dinámico, sistema no calibrado, matriz fundamental.

1. INTRODUCCIÓN.

La realización de tareas por parte de los sistemas robotizados en entornos estructurados con presencia de objetos cuya posición y orientación es perfectamente conocida, es un problema suficientemente estudiado en la actualidad (Kragic y Christensen, 2005). Sin embargo, la realización de tareas en entornos no estructurados o dinámicos presenta numerosas dificultades aún no suficientemente resueltas. Un sistema sensorial de visión es capaz de aportar una información extremadamente útil en estos entornos puesto que ofrece información acerca de cuáles son los objetos presentes en la escena de trabajo y además y quizás más importante, permiten determinar de una forma suficientemente precisa su posición, orientación, y velocidad.

Con el nombre de control visual se agrupan todas las técnicas que utilizan la información proporcionada por sensores visuales (por ejemplo, cámaras) en el control de robot o sistemas articulares. En los últimos años ha sido objeto de múltiples estudios, existiendo en la literatura especializada interesantes surveys como los descritos en (Corke, 1996; Hutchinson et. al., 1996; Kragic y Christensen, 2002). La principal clasificación entre los sistemas que emplean control visual radica en el propio esquema de control. Así existe el Control Visual Basado en Posición (PBVS) donde la señal de error y

la ley de control se expresan en referencias cartesianas en función de la posición y orientación deseadas y medidas. También se le conoce como 3D visual servoing. Por el contrario en el Control Visual Basado en Características (IBVS) la señal de error y la ley de control se expresan en el plano de la imagen en función de las características visuales deseadas y medidas. Se le conoce en la literatura como 2D visual servoing. El IBVS Implica el cálculo del llamado Jacobiano de la imagen, que relaciona linealmente la variación de las características visuales con la variación del sistema articular. Dicho Jacobiano puede ser calculado analíticamente o se puede obtener mediante una estimación. El PBVS posee como ventajas un control desacoplado, la ausencia de singularidades, y un mejor control de la trayectoria de la cámara, imprescindible en entornos complejos. El IBVS presenta como ventajas un conocimiento menor del modelo tridimensional del entorno, una menor sensibilidad al ruido y a los errores de calibración y una mejor precisión.

Este artículo presenta un método para la estimación del Jacobiano on-line con dos cámaras fijas observando la escena, sin necesidad de requerir la calibración euclídea de las cámaras ni la calibración cinemática del sistema articular. Su principal novedad radica en incorporar la información de la llamada calibración débil o calibración proyectiva obtenida mediante el cálculo de la matriz fundamental, lo que permite una estimación más

robusta ante el ruido presente en la detección de las características visuales. La tarea propuesta en las pruebas realizadas es conseguir que las características visuales, centroides de la proyección de unos puntos, cumplan unas especificaciones impuestas. Más detalles están expuestos en (González, 2005; Sebastián et. al., 2005).

El artículo se estructura de la siguiente manera: tras la presente introducción, en el apartado segundo se detallan la nomenclatura y los conceptos teóricos utilizados. En el apartado tercero se exponen los algoritmos novedosos propuestos, mientras que en el apartado cuarto se describe el entorno utilizado en las pruebas y los resultados obtenidos, para por último en el quinto se destacan las conclusiones obtenidas.

2. JACOBIANO DE LA IMAGEN.

Supóngase que se observa un sistema articular o robot desde una o varias vistas fijas. Sea $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_p]^T$ el vector de dimensión p que representa la posición del efector final en un sistema de coordenadas cartesiano. Sea $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$ el vector de dimensión n que representa la posición articular del robot. Sea $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m]^T$ el vector de dimensión m que representa las características de las imágenes (por ejemplo las coordenadas de un punto en una o varias imágenes).

La relación entre la velocidad articular del robot $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dots \ \dot{q}_n]^T$ y su correspondiente velocidad en el espacio de la tarea $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}_1 \ \dot{r}_2 \ \dots \ \dot{r}_p]^T$, se expresa en términos del Jacobiano del robot \mathbf{J}_{rq} , como $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{J}_{rq} \dot{\mathbf{q}}$. La relación entre la velocidad de las características de la imagen $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1 \ \dot{s}_2 \ \dots \ \dot{s}_m]^T$ y la velocidad en el espacio de la tarea se expresa como $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}_{sr} \dot{\mathbf{r}}$.

La velocidad de las características de la imagen se puede relacionar directamente con las velocidades articulares en términos de un Jacobiano compuesto, conocido como Jacobiano visual-motor (Deng y Jägersand, 2004; Sutanto et. al., 1998):

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}_{sq} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial s_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial s_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial s_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \text{ con } \mathbf{J}_{sq} = \mathbf{J}_{sr} \mathbf{J}_{rq} = \mathbf{J} \quad (1)$$

La determinación analítica de esta matriz no es sencilla. Es necesario destacar que en su cálculo intervienen: los parámetros intrínsecos de la calibración de la cámara (distancia focal, coordenadas centrales de la imagen), la reconstrucción tridimensional del punto o una aproximación (coordenada Z), la calibración

cinemática de la cámara (relación entre las coordenadas de la cámara y el origen articular), y la calibración cinemática del robot. La mayoría de los trabajos previos en control visual suponen conocidos la estructura y los parámetros del sistema, o que los parámetros pueden identificarse en un proceso off-line. Un esquema de control con identificación de parámetros off-line no es robusto ante perturbaciones, cambio de parámetros, y entornos desconocidos. El control visual basado en imagen sin calibración consiste en la estimación dinámica del Jacobiano visual-motor durante el movimiento.

2.1 Estimación del Jacobiano.

La literatura especializada recoge cuatro métodos para la estimación del Jacobiano descrito en (1) (Deng y Jägersand, 2004; Sutanto et. al., 1998). En todos los casos se parte de un Jacobiano inicial obtenido al realizar n pequeños movimientos linealmente independientes.

2.1.1 Estimación basada en los últimos movimientos.

Si se representa respectivamente el incremento de características de la imagen y del movimiento articular por $\Delta \mathbf{s}_k = \mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k-1}$ y por $\Delta \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k - \mathbf{q}_{k-1}$ y se supone que el Jacobiano de la imagen es constante durante n movimientos, entonces el Jacobiano puede definirse como la matriz que satisface simultáneamente n movimientos:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{s}_{k-n+1} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{s}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{q}_{k-n+1} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{q}_k \end{bmatrix} \mathbf{J}_k^T \quad (2)$$

Este método puede presentar problemas si los movimientos articulares se producen en la misma dirección, algo que puede ser bastante normal. En estos casos se obtiene una matriz mal condicionada, con todos los problemas que ello conlleva. (Sutanto et. al., 1998) resuelve el problema detectando cuándo se produce esta situación y añadiendo pequeños movimientos exploratorios.

2.1.2 Métodos recursivos.

El jacobiano se estima de forma recursiva a partir del jacobiano anterior añadiendo la información del último movimiento. Con respecto al anterior método tiene la ventaja de aglutinar la información de todos los movimientos realizados. Se han considerado los siguientes métodos recursivos: método de Broyden (Deng y Jägersand, 2004; Piepmeier et. al., 2004), mínimos cuadrados recursivos (RLS) (Asada et. al., 2000; Piepmeier et. al., 2004), filtro de Kalman (Quian y Su, 2002).

2.2 Jacobiano de múltiples vistas.

Cuando se utilizan varias vistas, el Jacobiano visual-motor se puede definir como la concatenación de

cada vista (más detalle en (Asada et. al., 2000; Lamiroy et. al., 2000)). Todos los Jacobianos poseen los mismos incrementos articulares, aunque distintas características. Si las características son las proyecciones de puntos, es posible incorporar la restricción epipolar en la estimación del Jacobiano, como se muestra en el presente artículo. La notación usada se describe con más detalle en el apartado 3.1.

En los trabajos previos (Sebastián et. al., 2005) se comparan los resultados obtenidos al estimar el Jacobiano usando una o dos cámaras. Los resultados muestran una importante mejora en el segundo caso, para cualquier método. En la mayoría de las aplicaciones las ventajas sobrepasan los posibles efectos negativos de las desventajas: incremento en el coste de los equipos y en el gasto computacional. Los experimentos descritos en el presente trabajo se han realizado utilizando dos cámaras.

2.3 Ley de control.

La ley de control utilizada añade al término proporcional (Piepmeyer et. al., 2004) un término predictivo a partir de las dos últimas referencias según la ecuación:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \mathbf{J}^+ (\mathbf{s}_k^* - \mathbf{s}_k + \mathbf{s}_k^* - \mathbf{s}_{k-1}^*) \quad (3)$$

Donde $\mathbf{J}^+ = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T$ es la pseudo-inversa del Jacobiano de la imagen.

3. ALGORITMOS PROPUESTOS.

La línea de investigación seguida en el artículo es la estimación del Jacobiano basándose en los movimientos ya efectuados, no necesariamente los n últimos realizados. Se emplea la información visual suministrada por dos cámaras. Dos son las novedades aportadas: por un lado se ha dotado a cada movimiento de una fiabilidad (Sebastián et. al., 2005) que depende de desplazamientos tanto en el plano de la imagen como en el espacio de las articulaciones. La fiabilidad se incrementa en el plano de la imagen para desplazamientos pequeños (pero siempre significativamente superiores al ruido existente), y en el espacio de las articulaciones si el desplazamiento se produce en el entorno del movimiento deseado; de esta manera podemos elegir entre los movimientos ya efectuados los más adecuados o fiables. Por otro lado se ha incorporado al cálculo del Jacobiano la restricción epipolar que debe de cumplir la proyección de un mismo punto en dos imágenes (apartado 3.1), lo que aumenta significativamente la robustez del método, como se verá en el cuarto apartado.

3.1 Incorporación de la restricción epipolar.

Un punto en el espacio $\tilde{\mathbf{S}} = [X \ Y \ Z \ 1]^T$, donde $\tilde{}$ representa coordenadas homogéneas, se proyecta en la primera imagen en el punto

$\tilde{\mathbf{s}}' = [x' \ y' \ 1]^T = \mathbf{P}' \tilde{\mathbf{S}}$, donde \mathbf{P}' representa la matriz de proyección (3x4) de la primera cámara. Este punto se proyectará en la segunda cámara en el punto $\tilde{\mathbf{s}}'' = [x'' \ y'' \ 1]^T = \mathbf{P}'' \tilde{\mathbf{S}}$ donde \mathbf{P}'' representa la matriz de proyección (3x4) de la segunda cámara. Los puntos se expresan en coordenadas homogéneas y se asume un modelo sin distorsión (que es fácilmente corregible si se conoce). La calibración euclídea de ambas cámaras implica el conocimiento de las matrices \mathbf{P}' , \mathbf{P}'' , algo que no se desea realizar en el algoritmo propuesto.

La proyección de un mismo punto sobre las dos imágenes debe de cumplir la relación:

$$\tilde{\mathbf{s}}''^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{s}}' = 0 \quad (4)$$

donde \mathbf{F} es una matriz (3x3) que se denomina matriz fundamental o restricción epipolar. Su conocimiento se conoce como calibración débil o calibración proyectiva, y su detección es mucho más robusta que la calibración euclídea. Una descripción más detallada se puede consultar en (Faugeras y Luong, 2001; Hartley y Zisserman, 2000).

El método propuesto considera la restricción epipolar, ecuación (4), en el cálculo del Jacobiano de la imagen, ecuación (1). Si las características visuales son centroides de puntos, y un punto en la primera cámara se expresa por \prime , y un punto en la segunda cámara se expresa por $''$, se tendrá el siguiente modelo:

$$\mathbf{s}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}'_k \\ \mathbf{s}''_k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{s}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}'_{k-1} \\ \mathbf{s}''_{k-1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}' \\ \mathbf{J}'' \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{s}'_k = \mathbf{s}'_{k-1} + \mathbf{J}' \Delta \mathbf{q}_k; \quad \mathbf{s}''_k = \mathbf{s}''_{k-1} + \mathbf{J}'' \Delta \mathbf{q}_k \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}''_{k-1}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{s}'_{k-1} \\ 1 \end{bmatrix} = 0; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{s}''_k^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{s}'_k \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

Sustituyendo en la ecuación (7) los valores obtenidos en las ecuaciones (6) se llega a la expresión no lineal para las incógnitas (\mathbf{J}' , \mathbf{J}''):

$$\Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{J}''^T \mathbf{F} \mathbf{J}' \Delta \mathbf{q}_k + \Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{J}''^T \mathbf{F} \begin{bmatrix} \mathbf{s}'_{k-1} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{s}''_{k-1}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{F} \mathbf{J}' \Delta \mathbf{q}_k = 0 \quad (8)$$

Tanto las ecuaciones lineales (2) como las ecuaciones no lineales (8) se han resuelto conjuntamente aplicando el método de optimización de Levenberg-Marquardt.

3.2 Glosario de algoritmos propuestos.

En la implementación descrita en el presente artículo se han utilizado los siguientes algoritmos para el cálculo del Jacobiano de la imagen:

- 3LAST: Últimos tres movimientos efectuados. Como el sistema articular empleado posee tres grados de libertad, la ecuación (2) puede ser resuelta utilizando los datos de sólo tres movimientos.
- 10LASTW: Últimos diez movimientos efectuados, ponderados por su fiabilidad. La ponderación se introduce multiplicando cada fila de la ecuación (2) por su correspondiente fiabilidad.
- FUNDMAT: Diez movimientos más fiables entre los efectuados, con la incorporación de la restricción epipolar.
- BROVDEN: Método de Broyden
- RLS: Estimación recursiva mediante mínimos cuadrados.
- KALMAN: Estimación recursiva mediante el filtro de Kalman.

Los algoritmos 10LASTW, y FUNDMAT son originales.

4. PRUEBAS EFECTUADAS.

En el presente apartado se describe primeramente el entorno de pruebas empleado y posteriormente los resultados obtenidos.

4.1 Equipo experimental.

El equipo utilizado en la realización de las pruebas consta de:

- Un sistema articular compuesto por un posicionador de alta precisión y su controlador, modelo Newport MM3000 (ver Fig. 1). Posee tres grados de libertad que son dos ejes de giro y un eje de desplazamiento, y su precisión teórica es de la milésima de grado y la milésima de milímetro. Sobre el último eslabón del sistema articular y en un plano se han dispuesto el objeto visual a controlar, formado por cinco puntos negros sobre fondo blanco, y cuya proyección en la imagen serán las características empleadas en el control.
- Un sistema de adquisición y procesamiento de imágenes compuesto por dos cámaras analógicas CV-M50 y una tarjeta de adquisición de imágenes Meteor II-MC de Matrox, que permite la adquisición simultánea de las dos cámaras. Las cámaras, fijas en el espacio de trabajo, están separadas 642 milímetros, poseen los dos ejes convergentes hacia el sistema articular, y distan del mismo unos 900 milímetros. La detección de las características visuales se realiza con precisión subpíxel, y dada la sencillez de la imagen se estima que con un error menor de 0.2 píxeles. La comunicación con el controlador del sistema articular se realiza mediante un línea serie RS-232C.

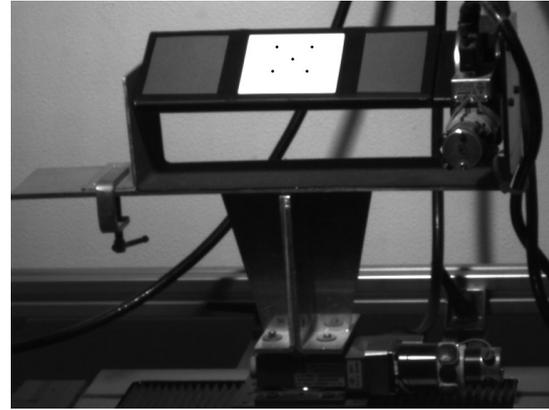


Fig. 1. Entorno de pruebas

Es necesario destacar que el sistema articular es un sistema cerrado: una vez seleccionada una posición, no devuelve el control hasta que la alcanza. Esta forma de trabajo es inaceptable para un sistema de control visual que debe utilizar la información suministrada por las cámaras lo antes posible. Para simular un comportamiento más acorde, la opción elegida ha sido limitar el movimiento articular, en función del tiempo estimado que tardaría el sistema de visión en adquirir y procesar las imágenes. Por el contrario, la alta precisión del sistema permite mejorar la comparación de los métodos propuestos.

4.2 Objetivo de control.

La tarea encomendada al sistema es lograr el seguimiento de una trayectoria previamente fijada (ver Fig. 2, Fig. 3 y Fig. 4), a partir de la información obtenida en la detección de un cierto número de características (centroides de la proyección de puntos). Se pretende contrastar las prestaciones de los métodos propuestos en la estimación del Jacobiano usando la ley de control del apartado 2.3.

Las características visuales deben de ser realizables y el objeto a controlar debe de ser visible desde ambos puntos de vista. Para asegurar esta coherencia, se ha optado por obtener previamente las características visuales, adquiriendo las imágenes en posiciones articulares de referencia, obtenidas mediante la generación de curvas alabeadas con parámetros aleatorios. Esta forma de generar las características se la conoce como "teach-by-showing". Debido a la dependencia que presenta el Jacobiano con respecto a las características visuales y al punto en el espacio articular, se ha optado por encadenar un elevado número de trayectorias (en concreto 50), para obtener resultados más representativos en el estudio comparativo de los algoritmos propuestos.

4.3 Índices de evaluación.

Para evaluar la efectividad de cada método, se consideran tres índices que se definen como:

- Índice 0: La suma de las distancias euclídeas entre las características visuales actuales y las deseadas.

Está ponderado por el número de puntos, el número de cámaras y el número de trayectorias.

- Índice 1: La suma de las distancias euclídeas en el espacio articular para el conjunto de movimientos efectuados, dividido por mil. Está ponderado por el número de trayectorias.
- Índice 2: Suma de distancias euclídeas entre las posiciones articulares deseadas y las obtenidas. Está ponderado por el número de puntos.

Tabla 1. Valor de los tres índices en función del número de puntos para los algoritmos considerados sin ruido añadido.

	ALGORITMO	2punt	3punt	4punt	5punt
INDICE 0	3LAST	16.6	17.9	18.6	18.5
	10LASTW	16.5	17.5	17.9	17.7
	FUNDMAT	16.5	17.5	17.7	17.6
	BROYDEN	16.4	18.2	18.7	17.8
	RLS	16.5	17.7	18.1	17.7
	KALMAN	16.0	17.3	17.7	17.6
INDICE 1	3LAST	3.43	3.48	3.68	3.63
	10LASTW	3.40	3.37	3.37	3.37
	FUNDMAT	3.35	3.33	3.34	3.35
	BROYDEN	3.37	3.43	3.66	3.38
	RLS	3.34	3.31	3.38	3.34
	KALMAN	3.37	3.41	3.48	3.42
INDICE 2	3LAST	0.77	0.98	1.84	0.99
	10LASTW	0.59	0.33	0.39	0.34
	FUNDMAT	0.42	0.50	0.38	0.29
	BROYDEN	0.38	0.80	1.60	0.45
	RLS	0.50	0.43	0.58	0.34
	KALMAN	0.21	0.42	0.62	0.56

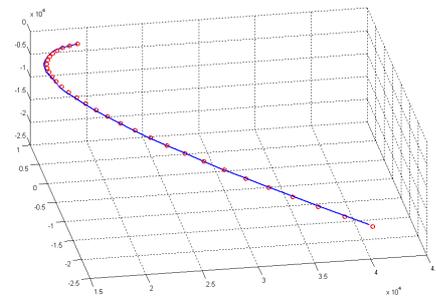
Tabla 2. Valor de los tres índices en función del número de puntos para los algoritmos considerados con ruido añadido.

	ALGORITMO	2punt	3punt	4punt	5punt
INDICE 0	3LAST	20.4	21.8	21.5	22.1
	10LASTW	18.4	17.8	20.7	19.9
	FUNDMAT	16.6	17.7	17.9	17.7
	BROYDEN	16.9	19.6	22.8	19.0
	RLS	16.7	18.8	18.4	18.4
	KALMAN	17.4	18.0	18.7	18.5
INDICE 1	3LAST	2.22	2.55	2.29	2.39
	10LASTW	3.39	3.57	2.92	3.40
	FUNDMAT	3.36	3.34	3.31	3.34
	BROYDEN	3.34	2.86	3.84	3.32
	RLS	3.44	3.59	3.49	3.44
	KALMAN	3.65	3.53	3.39	3.46
INDICE 2	3LAST	7.08	5.70	5.34	5.55
	10LASTW	4.11	0.78	4.99	3.65
	FUNDMAT	0.45	0.60	0.45	0.29
	BROYDEN	1.42	3.64	6.19	2.38
	RLS	1.17	2.81	1.06	1.17
	KALMAN	3.45	1.63	1.73	1.58

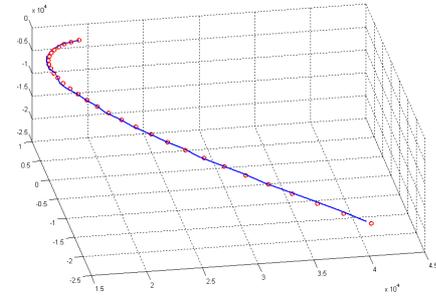
4.4 Resultados obtenidos.

Se ha realizado un estudio comparativo entre los algoritmos propuestos para la estimación del Jacobiano. La comparación abarca tanto características visuales cuyo cálculo se estima con un error menor de 0.2 píxeles, por lo que se considerarán sin ruido, como características visuales a las que se les añade artificialmente un ruido gaussiano con una desviación típica de 0.5 píxeles. Igualmente se analiza la influencia de incrementar el número de puntos o características visuales de 2 a 5.

En la tabla 1 se recogen los resultados obtenidos para todos los algoritmos, sin ruido y en la tabla 2 con ruido, en cada uno de los índices definidos, y variando el número de puntos empleados. Los métodos que obtienen mejores resultados son

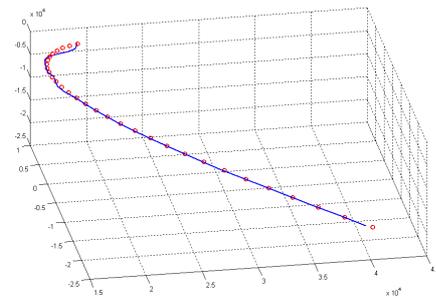


a)

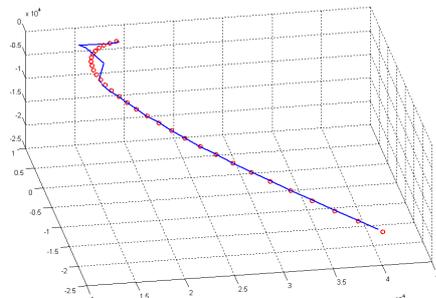


b)

Fig. 2. Evolución en el espacio articular para cinco puntos con el algoritmo FUNDMAT, a) sin ruido, b) con ruido.



a)



b)

Fig. 3. Evolución en el espacio articular para cinco puntos con el algoritmo RLS, a) sin ruido, b) con ruido.

KALMAN, RLS; FUNDMAT y 10LASTW. Añadiendo ruido, el más robusto de todos es FUNDMAT, especialmente en el índice 2, sin embargo RLS y KALMAN también muestran un buen comportamiento. Incrementar el número de puntos tiene dos efectos opuestos: se posee más información para controlar el sistema, pero también es más difícil cumplir plenamente el objetivo propuesto, por lo que causa un incremento en los índices.

La Fig. 2 (FUNDMAT), la Fig. 3 (RLS) y la Fig. 4 (KALMAN) representan la evolución en el espacio

articular para cada método empleado en la estimación del Jacobiano. Los puntos rojos representan los puntos de referencia en la trayectoria generada, y la línea azul muestra la evolución del sistema articular con la ley de control basada en el Jacobiano. Se aprecia que tanto sin ruido como con ruido, el mejor seguimiento se realiza con el algoritmo FUNDMAT.

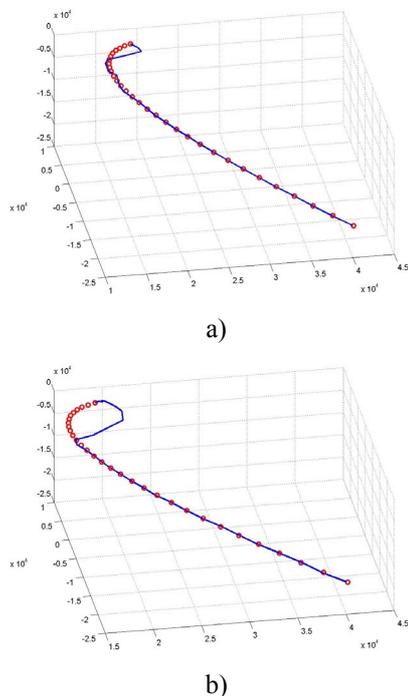


Fig. 4. Evolución en el espacio articular para cinco puntos con el algoritmo KALMAN, a) sin ruido, b) con ruido.

5. CONCLUSIONES.

La estimación on-line del Jacobiano de la imagen es un método flexible y versátil para el control visual de una estructura articular pues aísla los resultados obtenidos de los errores producidos en la calibración de la cámara y en la calibración del sistema articular. Estos aspectos son especialmente críticos en muchas aplicaciones. Los algoritmos propuestos en el presente artículo introducen tanto el concepto de fiabilidad como la inclusión de la restricción epipolar en la estimación del Jacobiano. Este aspecto no ha sido tratado por otros autores, y aumenta la robustez de la estimación cuando las características se detectan con un moderado nivel de ruido. El conocimiento de la matriz fundamental no es una dificultad relevante, pues su cálculo es mucho más simple, robusto y fiable que la completa calibración de las cámaras y del sistema articular.

Algunos aspectos no tratados en el presente artículo y que están siendo estudiados en la actualidad es el análisis de la estabilidad del sistema con una ley de control generada a partir de la estimación del Jacobiano y el cálculo analítico del Jacobiano, para poder contrastar los resultados. Con respecto al primer aspecto es necesario destacar que en las numerosas pruebas efectuadas con ruido moderado,

nunca el algoritmo FUNDMAT ha producido una inestabilidad en el sistema.

Este trabajo está subvencionado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología, Proyecto DPI2004-07433-C02-02, por la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI) dentro del Programa de Cooperación Interuniversitaria de 2005, y por el proyecto RoboCity2030 de la CAM, referencia S-0505/DPI/0176.

REFERENCIAS

- Asada, M., Tanaka y T., Hosoda, K. (2000). Adaptive Binocular Visual Servoing for Independently Moving Target Tracking. *ICRA*. 2076-2081.
- Corke, P.I. (1996). Visual Control of Robots: High Performance Visual Servoing. Research Studies Press.
- Deng, Z. y Jägersand, M. (2004). Evaluation of Model Independent Image-Based Visual Servoing. *Computer and Robot Vision. Proceedings. First Canadian Conference On*. 138-144.
- Faugeras, O. y Luong, Q.T. (2001). *The Geometry of Multiple Images*. MIT Press.
- González, C. (2005). Estimación del Jacobiano de la Imagen para el Control Visual de un Sistema Articular no Calibrado. Proyecto Fin de Carrera de la E.T.S.I.I. de la Universidad Politécnica de Madrid
- Hartley, R. y Zisserman, A. (2000). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge.
- Hutchinson, S.A., Hager, G.D. y Corke, P.I. (1996). A tutorial on visual servo control. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 12-5, 651-670.
- Kragic, D. y Christensen H.I. (2002). Survey on visual servoing for manipulation. *Technical Report ISRN KTH/NA/P-02/01-Sen, CVAP259*.
- Kragic, D. y Christensen, H.I. (2005). Advances in robot vision. *Robotics and Autonomous Systems*. 52 (1), 1-3.
- Lamiroy, B., Espiau, B., Andreff, N., and Horaud R. (2000). Controlling Robots With Two Cameras: How to Do it properly. Proceedings of the *International Conference on Robotics and Automation, ICRA'00*. 2100-2105.
- Piepmeyer, J.A., McMurray, G.V. y Lipkin, H. (2004). Uncalibrated Dynamic Visual Servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol 20, nº1 143-147.
- Quian, J. y Su, J (2002). Online estimation of Image Jacobian Matrix by Kalman-Bucy filter for uncalibrated Stereo Vision Feedback. *International Conference on Robotics & Automation ICRA'02*. 562-567
- Sebastián, J.M, Pari, L., González, C. y Ángel, L. (2005). A New Method for the Estimation of the Image Jacobian for the Control of an Uncalibrated Joint System. *Lecture Notes in Computer Science*, vol 3522, 631-638
- Sutanto, H., Sharma, R. y Varma, V. (1998). The role of exploratory movement in visual servoing without calibration. *Robotics and Autonomous Systems* 23. 153-169.