

CONTROL CENTRALIZADO DE FORMACIÓN USANDO UNA CÁMARA OMNIDIRECCIONAL

Celso De La Cruz¹, Ricardo Carelli² y Christiano Couto Gava³

^{1,2} Instituto de Automática (INAUT). Universidad Nacional de San Juan
Av. Libertador San Martín 1109 (oeste). J5400ARL. San Juan, Argentina
e-mail: {delacruz, rcarelli}@inaut.unsj.edu.ar

³ Departamento de Ingeniería Eléctrica. Universidad Federal do Espírito Santo
Av. Fernando ferrari, 514, 29075-910, Vitória-ES, Brasil
e-mail: christiano@ele.ufes.br

Resumen –El trabajo presenta, el modelo de un sistema multi-robot basado en el modelo dinámico linealizado por realimentación de entrada-salida de cada robot. El modelo multi-robot es expresado en términos de estados de formación aplicando una transformación de coordenadas. La técnica de dinámica inversa es luego aplicada para diseñar una ley de control de formación centralizada. El controlador puede ser aplicado para posicionar o para seguimiento de trayectorias de una formación deseada. Se proponen métodos para localizar al robot en el espacio de trabajo utilizando una cámara omnidireccional. Los resultados experimentales validan los aspectos teóricos.

Palabras Clave: Control de formación, robots móviles, modelo dinámico, sistemas no lineales, visión omnidireccional.

1. INTRODUCCION

Existe una marcada tendencia de aplicaciones en las cuales el control coordinado de un grupo de robots es fundamental. La motivación de controlar coordinadamente es que existen tareas imposibles de ejecutar con solo un robot, y tareas en las cuales trabajar con varios robots es menos costoso que trabajar con un solo robot especializado. Por ejemplo, operaciones de rescate, búsqueda y exploración, mapeo, manipulación cooperativa de objetos, y otros. Varias de estas aplicaciones necesitan de un control de formación para ejecutar las tareas eficientemente.

Las estrategias de control pueden ser clasificadas como centralizadas (Kelly, *et al.*, 2004) cuando existe un monitoreo y control de todos los robots por un procesador central; o descentralizada (Desai, *et al.*, 1998) cuando no existe un supervisor, cada robot tiene su propio controlador y las realimentaciones de control son solo las posiciones relativas de cada robot con respecto a sus vecinos.

Básicamente, existen tres enfoques de control coordinado reportados en la literatura: seguimiento de líderes (Desai, *et al.*, 1998), métodos de comportamiento (Balch y Arkin, 1998), y técnicas de estructura virtual (Tan y Lewis, 1996). La mayoría de los sistemas de control propuestos no están basados en los sistemas dinámicos y teorías de control, debido a la complejidad de los sistemas multi-robot. Sin embargo, para asegurar la estabilidad del sistema, es necesario usar las herramientas de las teorías de control y sistemas dinámicos. Por ejemplo en (Lawton, *et al.*, 2003), el modelo dinámico del robot móvil es linealizado por realimentación de salida y la ley de control de formación es diseñada usando técnicas de pasividad; sin embargo, el control está basado en una secuencia de formaciones y no en un seguimiento continuo de trayectorias.

En el presente trabajo, se considera el modelo de un robot móvil linealizado por realimentación de entrada salida (sección 2). Luego, el modelo del sistema multi-robot es obtenido colocando en una sola ecuación todos los modelos de los robots linealizados por realimentación. Inicialmente, este modelo multi-

robot es expresado en términos de posiciones absolutas y velocidades lineales de los robots. Luego, una transformación de coordenadas es aplicado para expresar el modelo multi-robot en términos de estados de formación, también conocidos como funciones tarea (Antonelli y Chiaverini, 2003), los cuales pueden ser seleccionados como: Las posiciones relativas entre robots, la posición de la formación, la orientación de la formación, etc. La técnica de dinámica inversa es aplicada a este modelo multi-robot para diseñar la ley de control de formación (sección 3). La ley de control resultante presenta como característica distintiva el hecho de que permite posicionar, así como, seguir la trayectoria de formaciones deseadas. Además, se denota que esta ley de formación centralizada está basada en el modelo dinámico completo no lineal del robot móvil.

El control de formación es aplicado utilizando una cámara omnidireccional. Este tipo de cámaras han sido exitosamente utilizadas en la aplicación de controladores de formación (Das, *et al.*, 2002). La cámara omnidireccional da la facilidad de obtener una vista de 360° sin necesidad de rotar dicha cámara. En el presente trabajo se propone un método sencillo para localizar el robot en el plano de trabajo utilizando la visión omnidireccional (sección 4). Además, se propone un observador no lineal de orientación del robot móvil basado en mediciones de posiciones de dicho robot móvil.

2. MODELO DINÁMICO DE UN ROBOT MÓVIL TIPO UNICICLO

En esta sección se considera un robot móvil tipo unicycle, el cual será parte del sistema multi robot. El robot tipo unicycle presenta las ventajas de alta movilidad, alta tracción y una configuración simple de ruedas (Zhang, *et al.*, 1998). Debido a estas ventajas, esta estructura de robot ha sido utilizada en aplicaciones como mantenimiento y construcción automático de autopistas. El robot móvil es ilustrado en la Fig. 1, donde G es el centro de masa; B es el centro de la línea que une las ruedas; $h=[x \ y]^T$ es el punto el cual se requiere que siga una trayectoria; u es la velocidad longitudinal del centro de masa; ω y ψ son las velocidades angulares y orientación del robot; d , b , a , e y c son distancias. De (De La Cruz y Carelli, 2006) se obtiene el modelo dinámico del robot móvil:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a\omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a\omega \cos \psi \\ \omega \\ \frac{\bar{\theta}_3^0}{\bar{\theta}_1^0} \omega^2 - \frac{\bar{\theta}_4^0}{\bar{\theta}_1^0} u \\ -\frac{\bar{\theta}_5^0}{\bar{\theta}_2^0} u\omega - \frac{\bar{\theta}_6^0}{\bar{\theta}_2^0} \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\bar{\theta}_1^0} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\bar{\theta}_2^0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ 0 \\ \bar{\delta}_u \\ \bar{\delta}_\omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

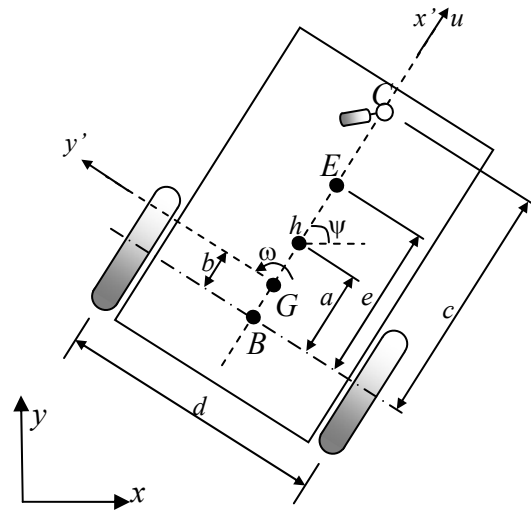


Fig. 1. Parámetros del robot móvil tipo unicycle

donde $\bar{\theta}_i^0$ son los parámetros del modelo; u_{ref} y ω_{ref} son señales de referencia de velocidad lineal y angular que ingresan al robot; y $[\delta_x \ \delta_y \ 0 \ \bar{\delta}_u \ \bar{\delta}_\omega]^T$ es el vector de incertidumbres. El vector de salida es definido por:

$$h = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (2)$$

De (De La Cruz y Carelli, 2006) se obtiene el control de linealización por realimentación de entrada-salida:

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1^0 & 0 \\ 0 & \bar{\theta}_2^0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\frac{1}{a} \sin \psi & \frac{1}{a} \cos \psi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v - \left[-u\omega \sin \psi - a\omega^2 \cos \psi \right] \\ u\omega \cos \psi - a\omega^2 \sin \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\bar{\theta}_3^0}{\bar{\theta}_1^0} \omega^2 - \frac{\bar{\theta}_4^0}{\bar{\theta}_1^0} u \\ -\frac{\bar{\theta}_5^0}{\bar{\theta}_2^0} u\omega - \frac{\bar{\theta}_6^0}{\bar{\theta}_2^0} \omega \end{bmatrix} \right), \quad (3)$$

donde v es la nueva entrada, la cual es definida en el diseño del control de formación. La Ec. (3) está restringida a un valor a distinto de cero. Substituyendo (3) en la segunda derivada temporal de (2), se obtiene la ecuación del sistema linealizado por realimentación de entrada salida:

$$\ddot{h} = v + \eta. \quad (4)$$

donde:

$$\eta = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_u \\ \bar{\delta}_\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\delta}_x \\ \dot{\delta}_y \end{bmatrix}.$$

Considerando \dot{h} obtenida de (1), se llega a la siguiente inecuación:

$$|\omega| \leq |1/a| C_{hs},$$

donde: $C_{ho} = \max(\|h\|) + \max(\|\bar{u}^i\|)$. Sea ω_{\max} el valor de saturación de $|\omega|$. Luego, para evitar la saturación de ω , la siguiente condición debe ser cumplida:

$$|a| \geq C_{ho} / \omega_{\max} \quad (5)$$

3. CONTROL DE FORMACIÓN

El modelo linealizado por realimentación de entrada-salida del i -ésimo robot móvil en un sistema multi-robot se define así:

$$\ddot{h}^i = v^i + \eta^i$$

Luego, el modelo del sistema multi-robot de n robots móviles es:

$$\ddot{\xi} = \mu + \Pi, \quad (6)$$

donde:

$$\xi = \begin{bmatrix} (h^1)^T & \dots & (h^n)^T \end{bmatrix}^T, \quad \mu = \begin{bmatrix} (v^1)^T & \dots & (v^n)^T \end{bmatrix}^T,$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} (\eta^1)^T & \dots & (\eta^n)^T \end{bmatrix}^T.$$

Los elementos ξ y $\dot{\xi}$ son considerados como los estados triviales del sistema.

Una variable z^1 es definida como el vector que contiene variables de formación: posiciones relativas, posición del centroide, orientación de la formación, etc. Una variable z^2 se define como la derivada temporal de z^1 , así $\dot{z}^2 = \dot{z}^1$. Una transformación de coordenadas es ejecutada para expresar el modelo del sistema multi-robot (6) en términos del vector de estados de formación $z = [(z^1)^T \ (z^2)^T]^T$. Para este propósito, un mapeo suave ϕ_1 es definido el cual asocia ξ con z^1 , tal que exista la inversa suave ϕ_1^{-1} . Luego, un mapeo ϕ es definido en términos de ϕ_1 el cual asocia el vector de estados $[\xi^T \ \dot{\xi}^T]^T$ con el vector de estados de formación z :

$$\begin{bmatrix} z^1 \\ z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(\xi) \\ J(\xi)\dot{\xi} \end{bmatrix} = \phi(\xi, \dot{\xi}), \quad \text{donde } J(\xi) = \frac{\partial \phi_1(\xi)}{\partial \xi}. \quad (7)$$

Este mapeo define un difeomorfismo cuya inversa es:

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^{-1}(z^1) \\ \bar{J}(z^1)z^2 \end{bmatrix} = \phi^{-1}(z), \quad \text{donde } \bar{J}(z^1) = \frac{\partial \phi_1^{-1}(z^1)}{\partial z^1}. \quad (8)$$

De (8), se obtiene la derivada temporal de $\dot{\xi}$:

$$\dot{\xi} = \frac{d(\bar{J}(z^1)z^2)}{dt} = \dot{\bar{J}}(z^1)z^2 + \bar{J}(z^1)\dot{z}^2. \quad (9)$$

Substituyendo (6) en (9) la nueva representación del sistema multi-robot es obtenida:

$$\dot{z}^2 = -\bar{J}(z^1)^{-1} \dot{\bar{J}}(z^1)z^2 + \bar{J}(z^1)^{-1} \mu + \bar{J}(z^1)^{-1} \Pi. \quad (10)$$

Se propone la siguiente ley de control de formación de dinámica inversa:

$$\mu = \bar{J}(z^1)(K_1 \tilde{z}^1 + K_2 \tilde{z}^2 + \dot{\tilde{z}}_d^2) + \dot{\bar{J}}(z^1)z^2, \quad (11)$$

donde $\tilde{z}^1 = z_d^1 - z^1$; $\tilde{z}^2 = z_d^2 - z^2$; $z_d^2 = \dot{z}_d^1$; $z_d = [(z_d^1)^T \ (z_d^2)^T]^T$ es el vector de estados de formación deseados; $K_1 > 0$; y $K_2 > 0$. Luego, el sistema de lazo cerrado, obtenido substituyendo el controlador (11) en el modelo del sistema (10), es:

$$-\bar{J}(z^1)^{-1} \Pi = K_1 \tilde{z}^1 + K_2 \tilde{z}^2 + \dot{\tilde{z}}_d^2. \quad (12)$$

el cual puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{z}} = A_z \tilde{z} - \begin{bmatrix} 0 & \bar{\Pi}^T \end{bmatrix}^T, \quad (13)$$

donde:

$$\bar{\Pi} = \bar{J}(z^1)^{-1} \Pi, \quad \tilde{z} = \begin{bmatrix} (\tilde{z}^1)^T & (\tilde{z}^2)^T \end{bmatrix}^T = z_d - z; \\ A_z = \begin{bmatrix} 0 & I_{2n \times 2n} \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

En (14), $I_{2n \times 2n}$ representa una matriz identidad $2n \times 2n$. Considerando K_1 y K_2 como matrices diagonales con elementos positivos diferentes de cero, se concluye que A_z es Hurwitz.

Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov y su derivada temporal:

$$V(\tilde{z}) = \tilde{z}^T P \tilde{z} > 0; \quad P = P^T > 0$$

$$\dot{V}(\tilde{z}) = -\tilde{z}^T Q \tilde{z} - 2\tilde{z}^T P \begin{bmatrix} 0 & \bar{\Pi}^T \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

donde:

$$Q = -A_z^T P - P A_z. \quad (16)$$

La matriz Q es escogida como $Q = I_{4n \times 4n}$, donde $I_{4n \times 4n}$ es una matriz identidad $4n \times 4n$. La matriz P es calculada de (16). Partiendo de que A_z es Hurwitz, se verifica que $P = P^T > 0$. Una condición suficiente para que la segunda ecuación de (15) sea definida negativa es:

$$\|\tilde{z}\| > 2 \left\| P \begin{bmatrix} 0 & \bar{\Pi}^T \end{bmatrix}^T \right\|. \quad (17)$$

Si el vector $\bar{\Pi}$ es acotado, el vector de errores de formación \tilde{z} será también acotado. Si el vector de incertidumbres es nulo, luego $\bar{\Pi} = 0$ y $z \rightarrow z_d$ con $t \rightarrow \infty$.

Comentarios. El controlador propuesto es capaz de seguir una formación deseada continuamente variante. El controlador necesita la información sensorial de las medidas directas del vector de estados de formación z o el cálculo de estos estados con la medida del vector de estados trivial $[\xi^T \ \dot{\xi}^T]^T$. En el último caso se puede usar (7). A partir de (8), se concluye que la convergencia $z \rightarrow z_d$, implica $[\xi^T \ \dot{\xi}^T]^T \rightarrow [\xi_d^T \ \dot{\xi}_d^T]^T = \phi^{-1}(z_d)$; dado que $\phi^{-1}(z) \rightarrow \phi^{-1}(z_d)$ con $z \rightarrow z_d$ porque $\phi^{-1}(\cdot)$ es continua.

4. CAMARA OMNIDIRECCIONAL

La cámara omnidireccional catadióptrica combina cámaras convencionales y un espejo para obtener una visión de 360° (ver Fig. 2). El sentido omnidireccional es posible con espejos convexos como: espejos cónicos, esféricos o hiperbólicos. En el presente trabajo se localiza el robot por color en la imagen omnidireccional y luego se estima el punto que le corresponde en el espacio asumiendo que el robot solo se mueve en el plano horizontal. Las ecuaciones que relacionan puntos en el espacio con puntos en el plano de la imagen son sencillas; sin embargo, el mapeo inverso es bastante complejo. Una técnica para conseguir este mapeo es usando tablas. La técnica que se propone en el presente trabajo es usar coordenadas polares y aproximar el mapeo inverso usando funciones polinómicas. La ventaja de trabajar en coordenadas polares es que el valor absoluto del ángulo de las coordenadas polares es el mismo en la imagen omnidireccional y en el plano de trabajo del robot; solo se diferencian en el signo. Entonces, solo es necesario relacionar los radios de los dos sistemas de coordenadas utilizando una función polinómica.

Sea $r_{PI} \angle \theta_{PI}$ y $r_{PT} \angle \theta_{PT}$ las coordenadas polares de un punto en el plano de la imagen y en el plano de trabajo respectivamente. El procedimiento para estimar la función que relaciona r_{PI} con r_{PT} se muestra a continuación. Se ubica cuatro puntos en el plano de trabajo con ángulos $\theta_{PT} = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ y un mismo radio r_{PT} . Se miden sus ubicaciones en el plano de la imagen. Se promedian los cuatro radios r_{PI} medidos obteniéndose el valor r_{PI_m} . El par ordenado (r_{PI_m}, r_{PT}) será una muestra. Se toman varias muestras distintas con las cuales se estima la función buscada. En el presente trabajo se tomaron 7 muestras. En la Fig. 3 se tienen estas muestras y la curva que las interpolan. Esta curva está compuesta por 7 polinomios.

Luego de ubicar la posición del robot el siguiente problema a resolver es conocer la orientación del robot, para lo cual se utilizará un observador no lineal de orientación. Se propone el siguiente observador no lineal:

$$\dot{\hat{\beta}} = \dot{\beta} + L_e \left\| \hat{h}_b \times \dot{h}_b \right\| / \left\| \hat{h}_b \right\| \quad (18)$$

donde $\dot{\beta} = \omega_b - \omega_a$ (ver Fig. 4); β es el ángulo del vector \dot{h}_b ; $\hat{\beta}$ es el ángulo estimado de β ; $L_e > 0$ es una constante; y el operador \times indica el producto vectorial. El ángulo β es el ángulo que no se mide y por lo tanto necesita ser observado. En la Fig. 4: $\langle r \rangle$ es un sistema de coordenadas; e i_r, j_r son vectores unitarios que tienen la misma dirección que los ejes x_r, y_r . Luego, el vector \dot{h}_b es:

$$\dot{h}_b = \left\| \dot{h}_b \right\| \left(\cos(\beta) i_r + \sin(\beta) j_r \right), \quad (19)$$

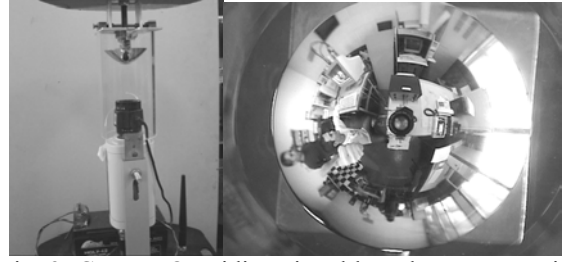


Fig. 2. Cámara Omnidireccional basado en un espejo hiperbólico y visión omnidireccional

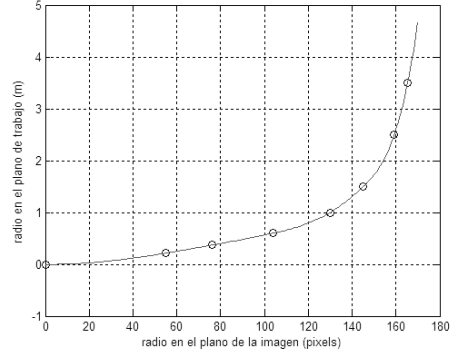


Fig. 3. Función polinómica utilizada para el mapeo inverso entre puntos en el plano de trabajo del robot y puntos en la imagen omnidireccional.

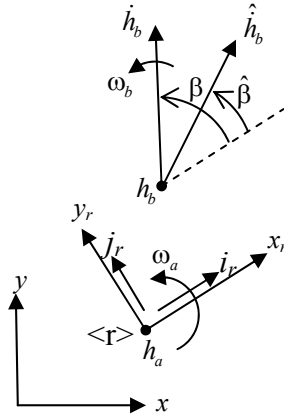


Fig. 4. Vector de velocidad observada \hat{h}_b y vector de velocidad real \dot{h}_b .

y el vector \hat{h}_b es:

$$\hat{h}_b = \left\| \hat{h}_b \right\| \left(\cos(\hat{\beta}) i_r + \sin(\hat{\beta}) j_r \right). \quad (20)$$

Reemplazando (20) y (19) en (18) se tiene:

$$0 = \dot{\tilde{\beta}} + L_e \left\| \hat{h}_b \right\| \sin(\tilde{\beta}) \quad (21)$$

donde $\tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}$.

Con el fin de demostrar la estabilidad del sistema (21) se asume que:

$$0 < \bar{C}_{hbp} \leq \left\| \dot{h}_b \right\|, \quad (22)$$

$$\left| \tilde{\beta} \right| \leq C_{\beta T} < \pi, \quad (23)$$

donde \bar{C}_{hbp} , $C_{\beta T}$ son constantes. Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov con dominio en $|\tilde{\beta}| \leq C_{\beta T}$.

$$V(t, \tilde{\beta}) = \frac{1}{2} \tilde{\beta}^2, \quad (24)$$

su derivada temporal es:

$$\dot{V}(t, \tilde{\beta}) = \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} = -\tilde{\beta} L_e \|\dot{h}_b\| \sin(\tilde{\beta}), \quad (25)$$

donde $\dot{V}(t, \tilde{\beta})$ es definida negativa en $|\tilde{\beta}| \leq C_{\beta T}$.

Luego el sistema (21) es asintóticamente estable. Si toda trayectoria que empieza en algún conjunto Ω_δ se queda en $\Omega_{\tilde{\beta}} = \{\tilde{\beta} : |\tilde{\beta}| < C_{\beta T}\}$, entonces el dominio de atracción (Vidyasagar, 1993) es Ω_δ . A partir de (24) y (25) se obtiene que $\Omega_\delta = \Omega_{\tilde{\beta}}$, por consiguiente si $|\tilde{\beta}(0)| < C_{\beta T} \Rightarrow \tilde{\beta} \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$.

Si no se cumple la condición (22), entonces, $\dot{V}(t, \tilde{\beta})$ es semidefinida negativa. En este caso, solo se puede garantizar que el sistema es estable y que $\tilde{\beta}$ está acotado.

El siguiente paso es expresar \dot{h}_b en función de valores que se miden; esta expresión se muestra a continuación:

$$\dot{h}_b = (u_{af} + \dot{x}_{br} - y_{br} \omega_a) i_r + (u_{as} + x_{br} \omega_a + \dot{y}_{br}) j_r, \quad (26)$$

donde: $u_{af} i_r$ y $u_{as} j_r$ son componentes de la velocidad \dot{h}_a ; x_{br} , y_{br} son coordenadas de h_b expresado en el sistema de coordenadas $\langle r \rangle$.

5. EXPERIMENTO

Un experimento es ejecutado para evaluar el control de formación de dos robots Pioneer. Uno de los robots tiene una cámara omnidireccional y una computadora on-board para monitorear y controlar el otro robot (ver Fig. 5). En (De La Cruz y Carelli, 2006) se muestra la metodología para identificar los parámetros de los robots. En (5), se consideran $C_{h\delta} = 0.2 \text{m/s}$ y $\omega_{max} = 1.745 \text{rad/s}$ resultando $|a| \geq 0.1146 \text{m}$. Luego, se escoge la constante $a = 0.12 \text{m}$. Los estados de formación son definidas como: d_{12} , x_1 , y_1 , θ_c (ver Fig. 6) y sus derivadas; los valores deseados son definidas como: d_{12d} , x_{1d} , y_{1d} y θ_{cd} y sus derivadas. El mapeo ϕ_1 se define a continuación:

$$z^1 = \begin{bmatrix} d_{12} \\ x_1 \\ y_1 \\ \theta_c \end{bmatrix} = \phi_1(\xi) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ x_1 \\ y_1 \\ f_\zeta(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \end{bmatrix}. \quad (27)$$



Fig. 5. Robots móviles y cámara omnidireccional

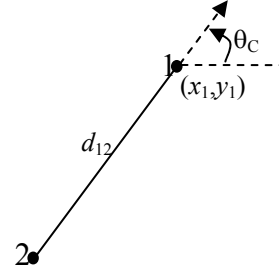


Fig. 6. Variables de formación

En (27), x_i , y_i son los elementos del vector h^i ; La función $f_\zeta(x, y)$ permite calcular los ángulos del vector $[x \ y]^T$. Este ángulo cae en el rango $[\zeta, 2\pi + \zeta)$. Por ejemplo $f_\zeta(x, y) = \text{atan2}(y, x)$ cuando $\zeta = -\pi$.

El mapeo inverso ϕ_1^{-1} se expresa de la siguiente forma:

$$\xi = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \phi_1^{-1}(z^1) = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_1 - d_{12} \cos(\theta_c) \\ y_1 - d_{12} \sin(\theta_c) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

El mapeo ϕ_1 define el difeomorfismo ϕ de (7) en la región $\Omega = \mathbb{R}^8$.

A partir de (8), se calcula el Jacobiano $\bar{J}(z^1)$:

$$\bar{J}(z^1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\cos \theta_c & 1 & 0 & d_{12} \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & 0 & 1 & -d_{12} \cos \theta_c \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Los siguientes parámetros de control son usados en el experimento:

$$K_1 = \text{diag}(0.36, 0.25, 0.25, 0.25),$$

$$K_2 = \text{diag}(1.2, 1, 1, 1), \quad \zeta = 0,$$

donde $\text{diag}(\cdot)$ representa una matriz diagonal. Las velocidades iniciales de los robots son cero. La formación deseada es escogida como:

$$z_d^1 = [1.2 \ 0.5 + 0.05t \ 0 \ \pi]^T, \quad z_d^2 = [0 \ 0.05 \ 0 \ 0]^T.$$

En z_d , las posiciones y distancias son expresadas en metros y los ángulos en radianes.

Las figuras 7 y 8 presentan los resultados experimentales del control de formación, los cuales muestran una buena eficiencia en el seguimiento de formaciones deseadas. Los errores de formación son menores a 0.05m (errores de distancia) y menores a 0.03rad (errores de ángulos) luego de 17.5 segundos. Estos resultados validan el diseño teórico del controlador presentado en las secciones previas.

6. CONCLUSIONES

Se ha diseñado una ley de control centralizada de formación de un sistema multi-robot usando técnicas de dinámica inversa. El controlador permite seguir formaciones deseadas moviéndose en el plano. El uso de estados de formación, en el modelo y en el diseño de la ley de control del sistema multi-robot, permite alcanzar una mejor eficiencia en la convergencia a cero de los errores de formación. Se presentaron técnicas de localización de robots móviles utilizando una cámara omnidireccional.

Trabajos futuros considerarán la evasión de obstáculos y el control descentralizado de formación.

REFERENCIAS

Antonelli, G. and S. Chiaverini (2003), "Kinematic Control of a Platoon of Autonomous Vehicles", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, September, pp. 1464-1469.

Aström, K. J. and B. Wittenmark (1995), *Adaptive control*, Addison-Wesley.

Balch, T. and R. C. Arkin (1998), "Behavior-based formation control for multirobot teams," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **14**, no. 6, December, pp. 926-939.

Das, A. K., et al. (2002), "A vision-based formation control framework," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **18**, no. 5, October, pp. 813-825.

De La Cruz, C., R. Carelli (2006), "Linealización por realimentación del modelo dinámico de un robot móvil y control de seguimiento de trayectoria", *XX Congreso Argentino de Control Automático - AADECA*.

Desai, J. P., J. Ostrowski, and V. Kumar (1998), "Controlling formations of multiple mobile robots," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, May, pp. 2864-2869.

Kelly, R., R. Carelli, J. M. Ibarra Zannatha, and C. Monroy (2004), "Control de una pandilla de robots móviles para el seguimiento de una constelación de puntos objetivo," *VI Congreso Mexicano de Robótica*, COMRob, Torreón, Coahuila, Mexico, October.

Lawton, J. R. T., R. W. Beard, and B. J. Young (2003), "A Decentralized Approach to Formation Maneuvers," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **19**, no. 6, December, pp. 933-941.

Reyes, F. and R. Kelly (1997), "On Parameter Identification of Robot Manipulator," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, April, pp. 1910-1915.

Tan, K. H. and M. A. Lewis (1996), "Virtual Structures for High-Precision Cooperative Mobile Robotic Control," *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, **1**, November, pp. 132-139.

Vidyasagar, M. (1993), *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice-Hall Int., New Jersey.

Zhang, Y., D. Hong, J. H. Chung, and S. A. Velinsky (1998), "Dynamic Model Based Robust Tracking Control of a Differentially Steered Wheeled Mobile Robot," *Proceedings of the American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, June, pp. 850-855.

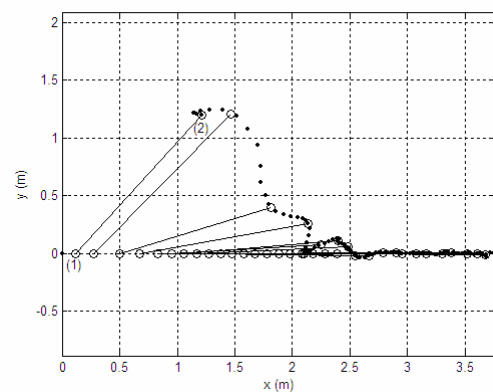


Fig. 7. Trayectoria de la formación, los círculos pequeños representan las posiciones de los robots.

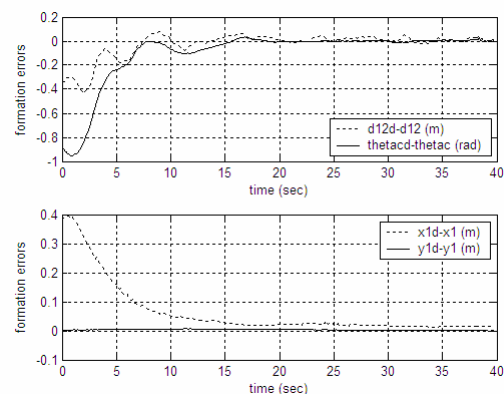


Fig. 8. Errores de formación en el tiempo.